

DISPENSA N° 5

DIAGRAMMI DELLE SOLLECITAZIONI

Consideriamo una struttura qualsiasi, per esempio una trave appoggiata, sollecitata da carichi generici. Dopo avere trovato le reazioni vincolari, il prossimo passo da fare è quello di disegnare i diagrammi delle sollecitazioni.

La trave per effetto dei carichi (carichi applicati e reazioni vincolari) subirà delle deformazioni e all'interno della trave nasceranno delle "tensioni"; se queste tensioni superano quelle che il materiale di cui essa è composta, allora la trave si rompe.

Quando applichiamo i carichi alla trave, succede che essa viene sollecitata cioè si vengono a creare delle sollecitazioni che deformano la trave. Le sollecitazioni che noi considereremo sono:

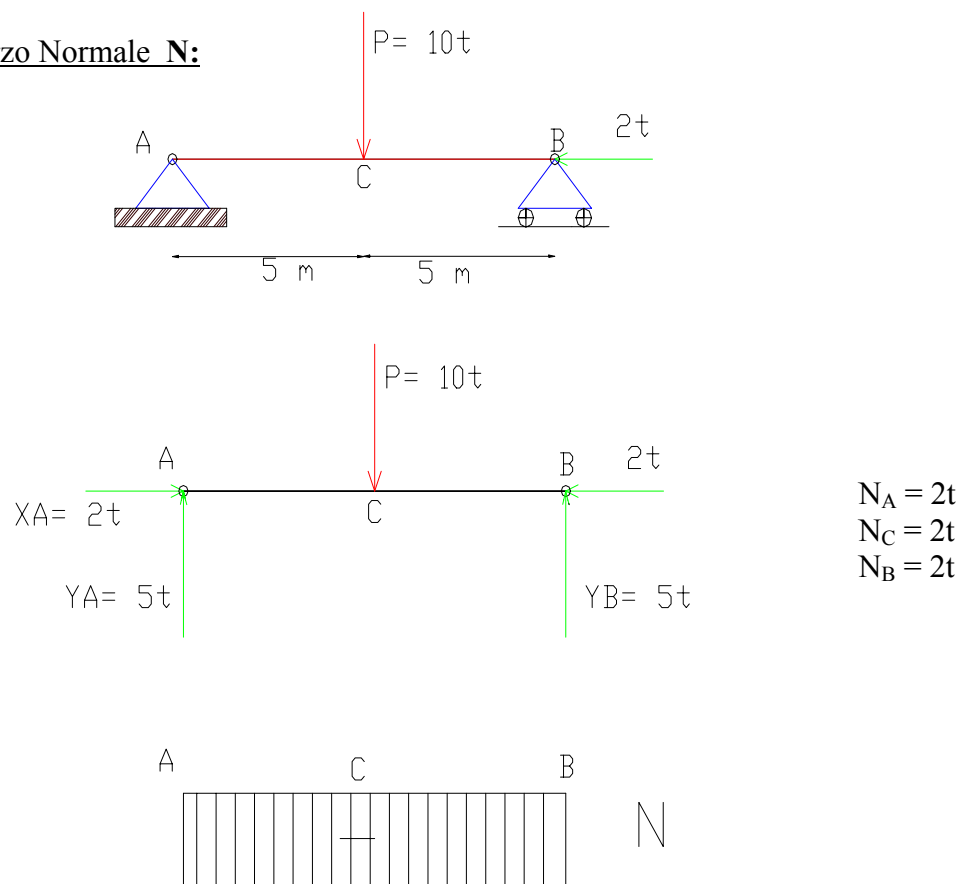
- **Sforzo normale** (dovuto alle forze parallele alla trave)
- **Taglio** (dovuto alle forze perpendicolari alla trave)
- **Flessione** (dovuta alle forze perpendicolari alla trave e/o ai momenti applicati)

Ci sarebbe un'altra sollecitazione : **la torsione** dovuta ai momenti che ruotano attorno all'asse della trave, ma questa è meno frequente.

Vediamo adesso come si disegnano i diagrammi delle sollecitazioni nella trave di cui sopra. Il metodo è generico cioè la metodologia che andremo a vedere, vale per qualsiasi trave comunque caricata e comunque disposta o vincolata.

CARICHI CONCENTRATI

Diagramma dello Sforzo Normale N:

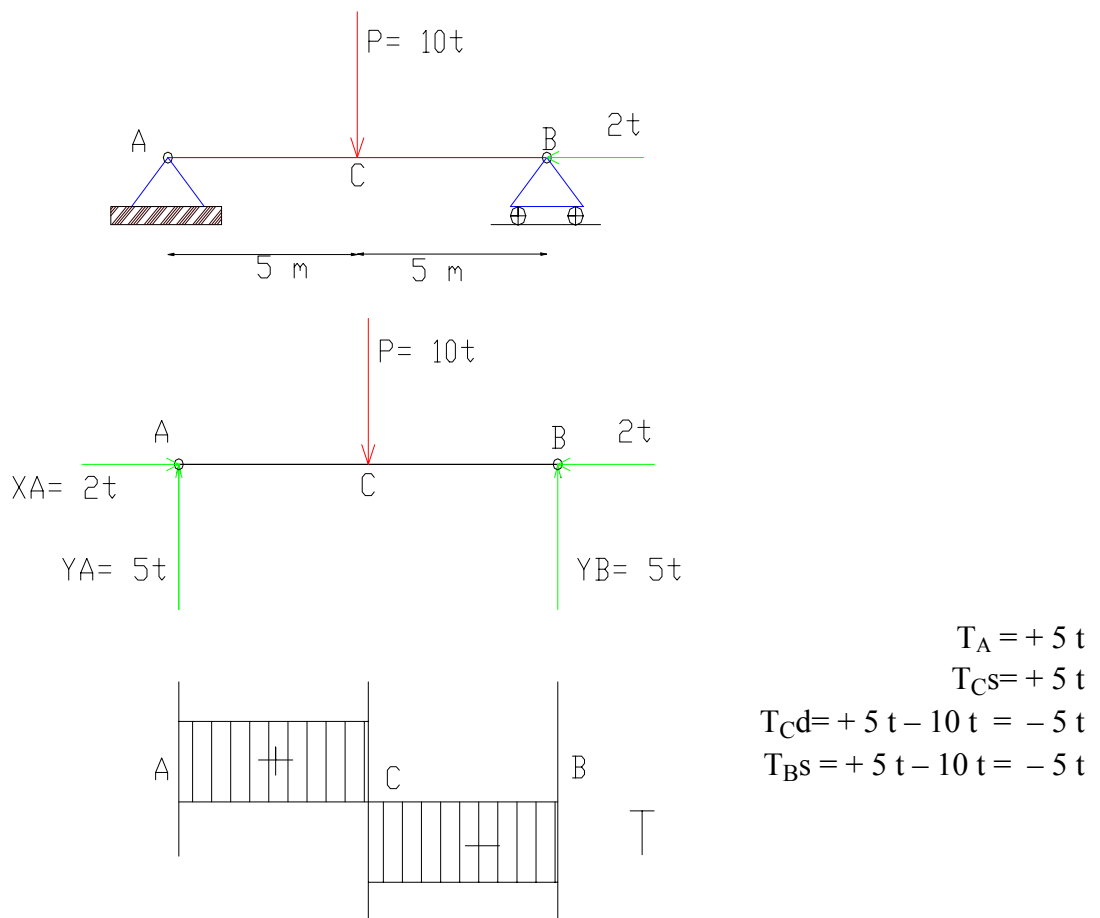


Si parte da un'estremità della trave per esempio dal punto A e si immagina di camminare sulla trave procedendo a ritroso, guardando sempre avanti. Si sommano algebricamente (cioè col segno meno se producono compressione e più se producono trazione) passo passo, tutte le forze parallele alla trave. In ogni punto della trave lo sforzo normale sarà uguale alla somma algebrica di tutte le forze incontrate sino a quel punto. **Attenzione a considerare soltanto le forze che stanno alla sinistra del punto in cui ci si trova.**

Si traccia una linea parallela alla trave (A-B) che si chiama fondamentale e si assume per convenzione il verso positivo sopra la fondamentale e negativo di sotto. Quindi in scala opportuna si riporta perpendicolarmente alla fondamentale in ogni punto il valore dello sforzo normale.

Questo diagramma, quando è completato, ci fa vedere come varia lo sforzo normale lungo l'asse della trave, cioè dove è maggiore, dove è minore dove è nullo e in quali parti è costante.

Diagramma del Taglio T :



-Quando il carico è concentrato il diagramma del taglio è rettangolare.

Si parte da un'estremità della trave per esempio dal punto A e si immagina di camminare sulla trave procedendo a ritroso, guardando sempre avanti. Si sommano algebricamente (cioè col segno meno se dirette verso il basso e più se dirette verso l'alto) passo passo, tutte le forze perpendicolari alla trave. In ogni punto della trave lo sforzo di taglio sarà uguale alla somma algebrica di tutte le forze incontrate sino a quel punto. **Attenzione a considerare soltanto le forze che stanno alla sinistra del punto in cui ci si trova.**

Si traccia una linea parallela alla trave (A-B) che si chiama fondamentale e si assume per convenzione il verso positivo sopra la fondamentale e negativo di sotto. Quindi in scala opportuna si riporta perpendicolarmente alla fondamentale in ogni punto il valore dello sforzo di taglio.

Questo diagramma, quando è completato, ci fa vedere come varia lo sforzo di taglio lungo l'asse della trave, cioè dove è maggiore, dove è minore dove è nullo e in quali parti è costante

Diagramma del Momento Flettente M :

Si parte da un'estremità della trave per esempio dal punto A e si immagina di camminare sulla trave procedendo a ritroso, guardando sempre avanti. Si sommano algebricamente (cioè col segno meno se antiorari e più se orari) passo passo, tutti i momenti che ci sono applicati sulla trave compresi quelli creati dalle forze perpendicolari alla stessa, fatti rispetto al punto che si sta considerando. In ogni punto della trave lo sforzo di flessione (momento flettente) sarà uguale alla somma algebrica di tutti i momenti sino a quel punto calcolati ed eventualmente presenti. **Attenzione a considerare soltanto le forze e i momenti che stanno alla sinistra del punto in cui ci si trova.**

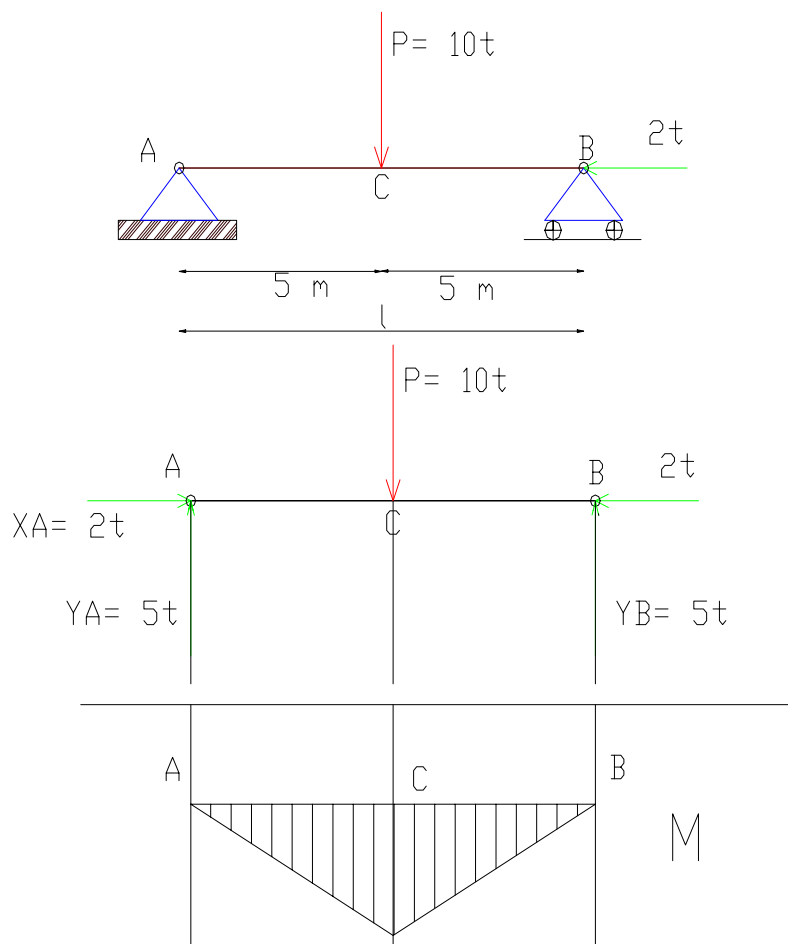
Si traccia una linea parallela alla trave (A-B) che si chiama fondamentale e si assume per convenzione il verso positivo sotto la fondamentale e negativo di sopra. Quindi in scala opportuna si riporta perpendicolarmente alla fondamentale in ogni punto il valore del momento flettente calcolato in quel punto.

Questo diagramma, quando è completato, ci fa vedere come varia lo sforzo di flessione lungo l'asse della trave, cioè dove è maggiore, dove è minore dove è nullo e in quali parti è costante.

Quando c'è una cerniera in quel punto il momento è zero.

$$M_A = 0 ; M_B = 0 ; M_C = Y_A * l/2 = P/2 * l/2 = P * l/4 = 25 \text{ tm}$$

Quando il carico è concentrato il diagramma del momento è triangolare.



CARICHI RIPARTITI

Consideriamo la semplice trave appoggiata con carico uniformemente ripartito su tutta la lunghezza

Diagramma del Taglio T :

-Quando il carico è uniformemente ripartito il diagramma del taglio è triangolare. Inoltre quando il carico è simmetrico il diagramma del taglio è emisimmetrico (cioè simmetrico e capovolto).

$$T_A = Y_A = 500 \text{ Kg}; \quad T_{BS} = Y_A - q \cdot l = 500 \text{ Kg} - 100 \text{ Kg/m} \cdot 10 \text{ m} = - 500 \text{ Kg}$$

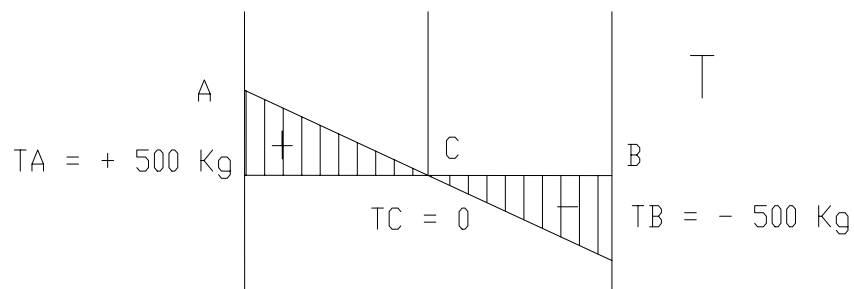
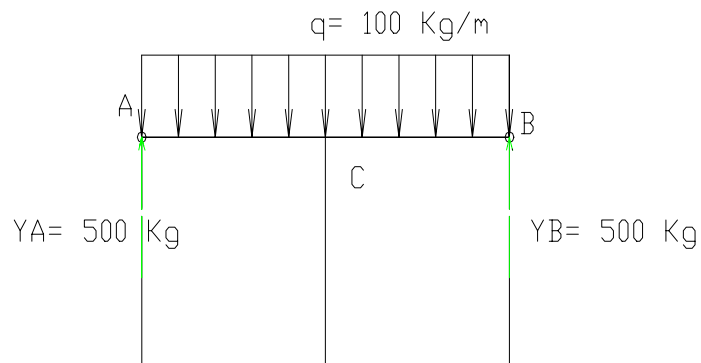
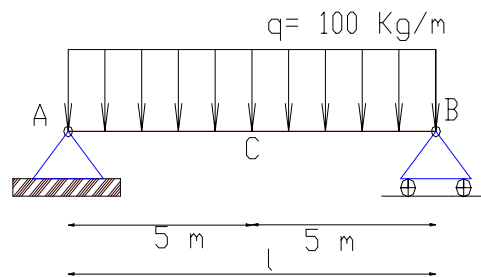
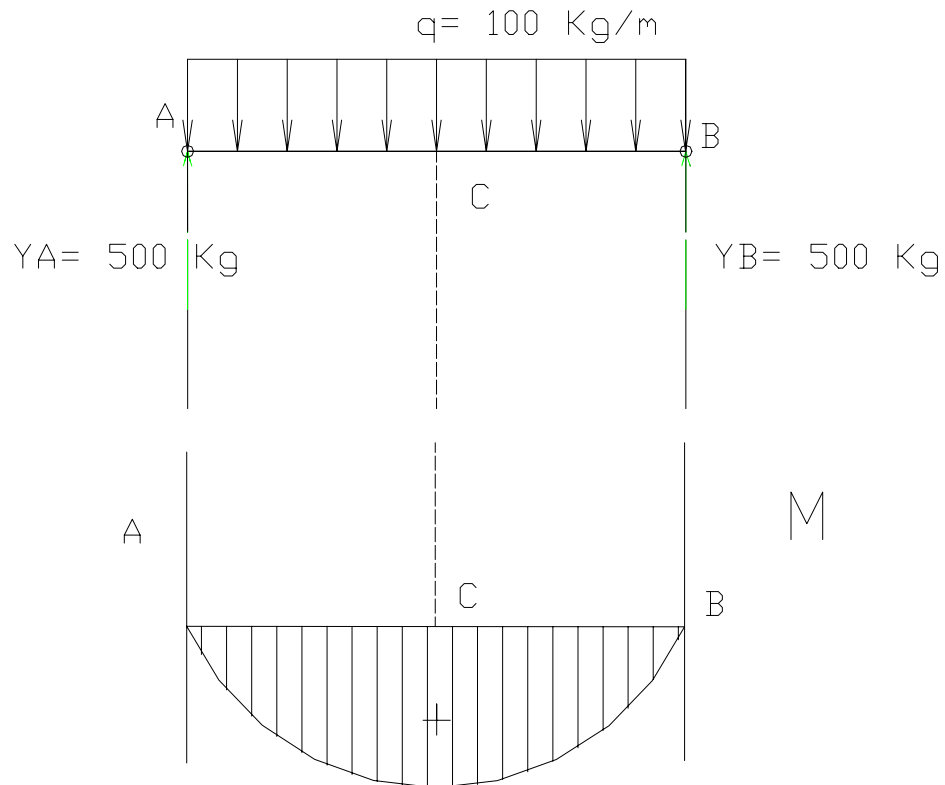
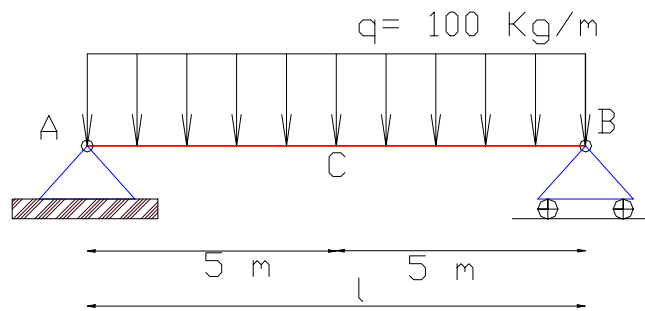


Diagramma del Momento M :

- Quando il carico è uniformemente ripartito il diagramma del momento è parabolico.
- Quando il carico è simmetrico il diagramma del momento è simmetrico.-
- Quando c'è una cerniera in quel punto il momento è zero.
- Dove il taglio è zero il momento è “massimo” (cioè fa la pancia).

$$M_A = 0; \quad M_B = 0; \quad M_C = Y_A * 1/2 - (q * 1/2) * 1/4 = (q * 1/2) * 1/2 - (q * 1/2) * 1/4 = q * l^2 / 8$$

$$M_C = 500 \text{ Kg} * 5 \text{ m} - (100 \text{ Kg/m} * 5 \text{ m} * 2,5 \text{ m}) = + 1250 \text{ Kgm}$$

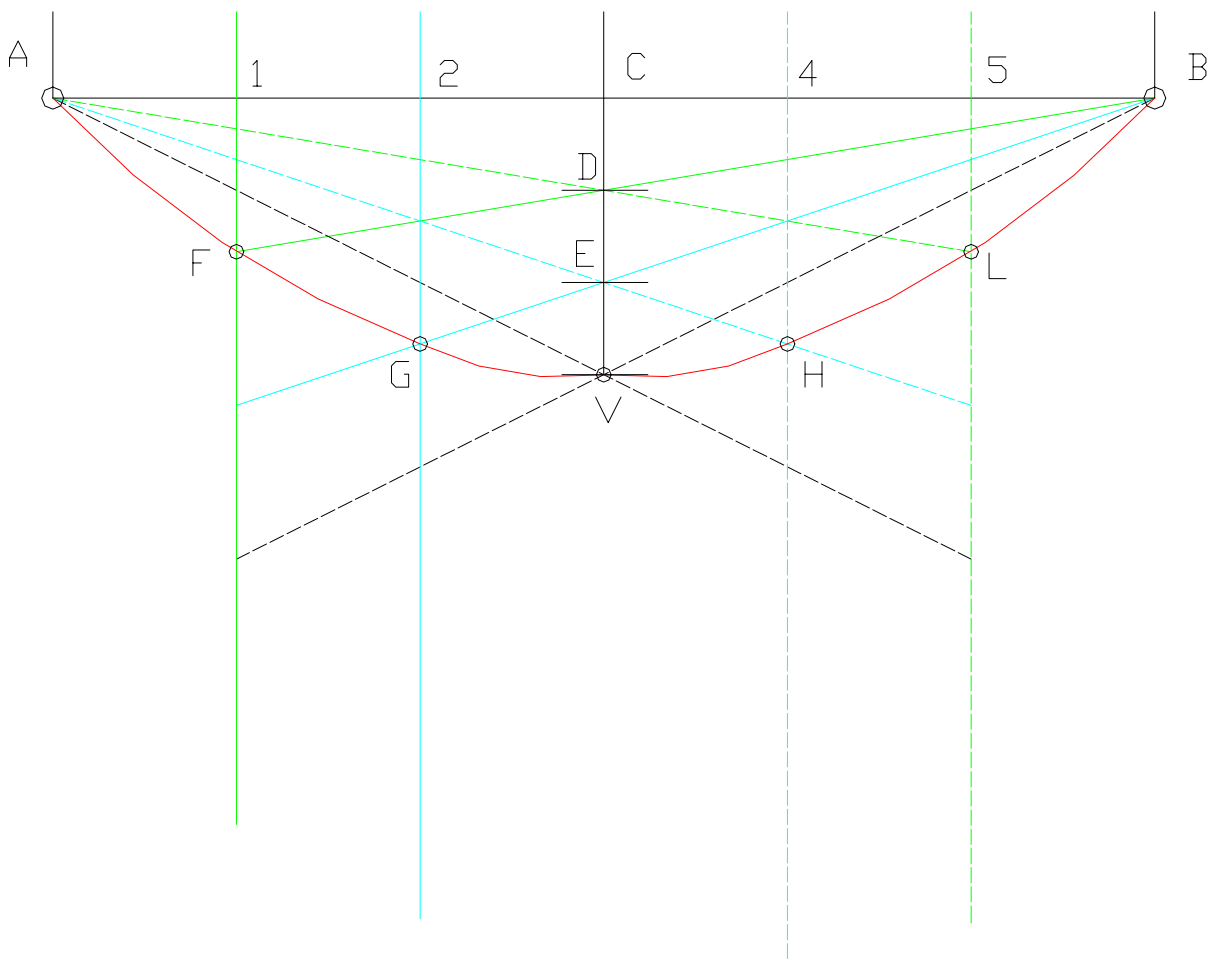


$$M_C = 1250 \text{ Kgm}$$

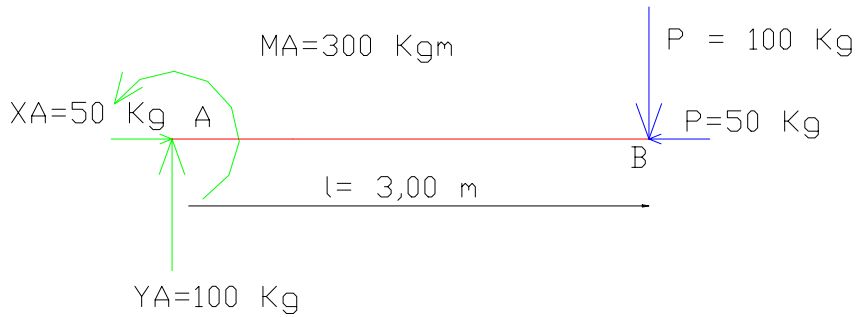
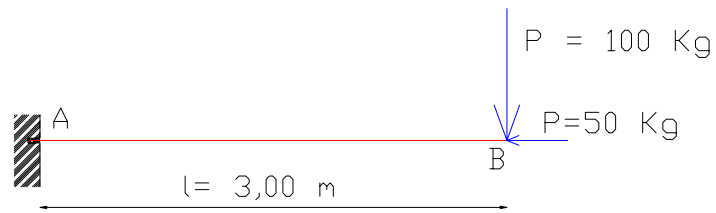
Nel caso della trave appoggiata con carico rettangolare, il momento avrà quindi andamento parabolico. Della parabola si conosce il vertice V ed i due punti per cui deve passare A e B .

La parabola si può disegnare con la costruzione geometrica seguente:

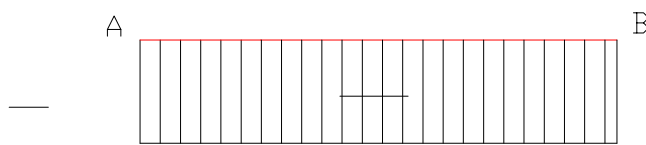
- Si divide il segmento AB in un numero qualunque di parti (per esempio in 6 parti, individuate dai punti $A, 1, 2, C, 4, 5, B$).
- Si traccia la perpendicolare ad AB per C e si riporta il valore di M_C fino al punto V .
- Si divide la perpendicolare CV nello stesso numero di parti della AC .
- Dai punti $1, 2, 4$ e 5 si mandano le parallele alla CV .
- Dai punti A e B si manda le congiungenti detti punti con i punti D, E, V .
- I punti in cui le verticali incontrano le congiungenti sono punti della parabola.



ESEMPIO :Mensola con carico concentrato all'estremità

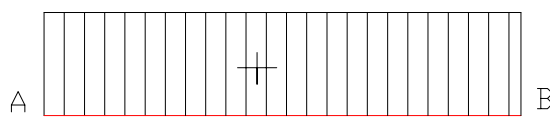


+



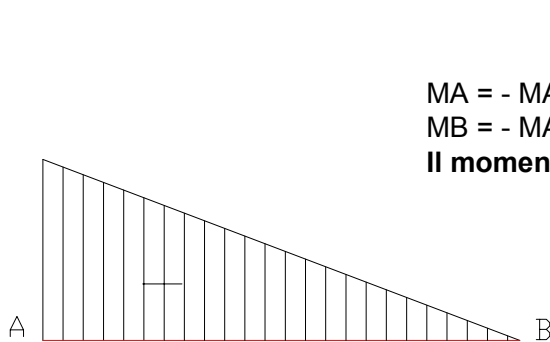
N
 $NA = - 50 \text{ Kg}$
 $NB = - 50 \text{ Kg}$

+



T
 $TAd = +YA = +100 \text{ Kg}$
 $TBs = +YA = + 100 \text{ Kg}$

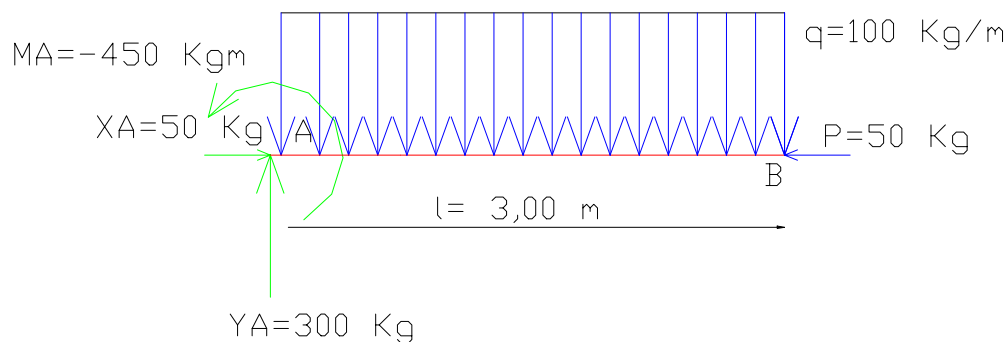
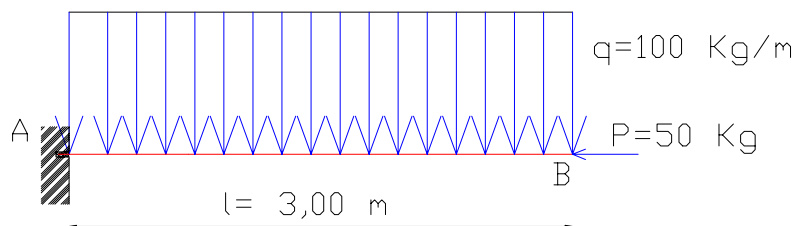
—



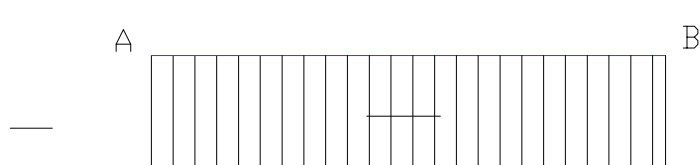
M
 $MA = - MA = - 300 \text{ Kgm}$
 $MB = - MA + YA * 3 = - 300 + 100 * 3 = 0$
Il momento all'estremità libera della mensola sempre zero.

+

ESEMPIO :Mensola con carico uniformemente ripartito



+

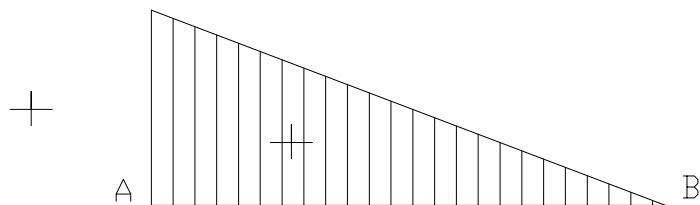


N

$$N_A = - 50 \text{ Kg}$$

$$N_B = - 50 \text{ Kg}$$

+



T

$$T_{Ad} = +Y_A = +300 \text{ Kg}$$

$$T_{Bs} = + Y_A - q * l = +300 - 100 * 3 = 0$$

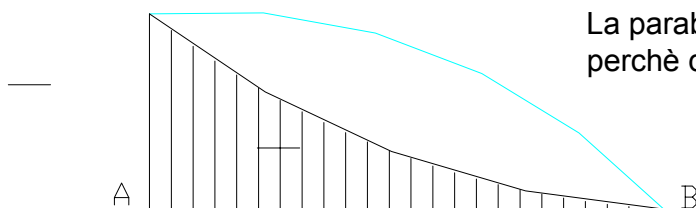
—

M

$$M_A = - 450 \text{ Kgm}$$

$$M_B = - M_A + Y_A * l - q * l * \frac{l}{2} = - 450 + 300 * 3 - 100 * 3 * \frac{3}{2} = 0$$

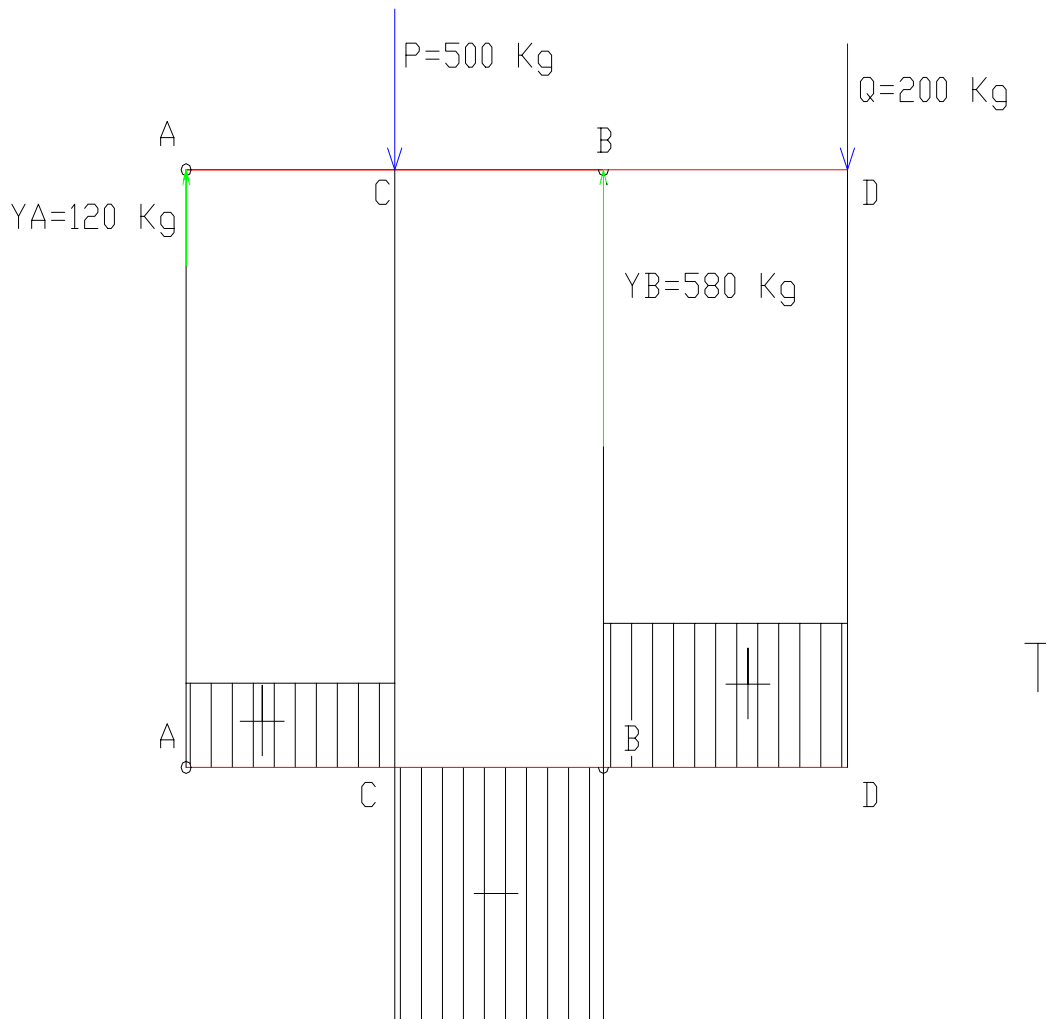
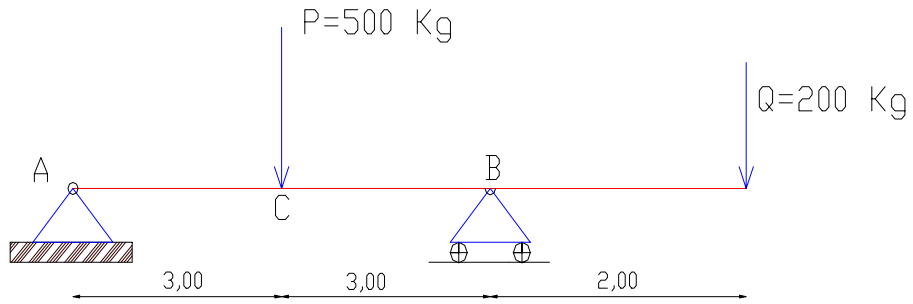
Il momento all'estremità libera della mensola è sempre zero



La parabola non può essere quella tratteggiata perchè dove il taglio è zero il momento fa la pancia.

+

ESEMPIO :Trave con sbalzo e con carichi concentrati



$$T_A = + 120 \text{ Kg}$$

$$T_{Cs} = +120 \text{ Kg}$$

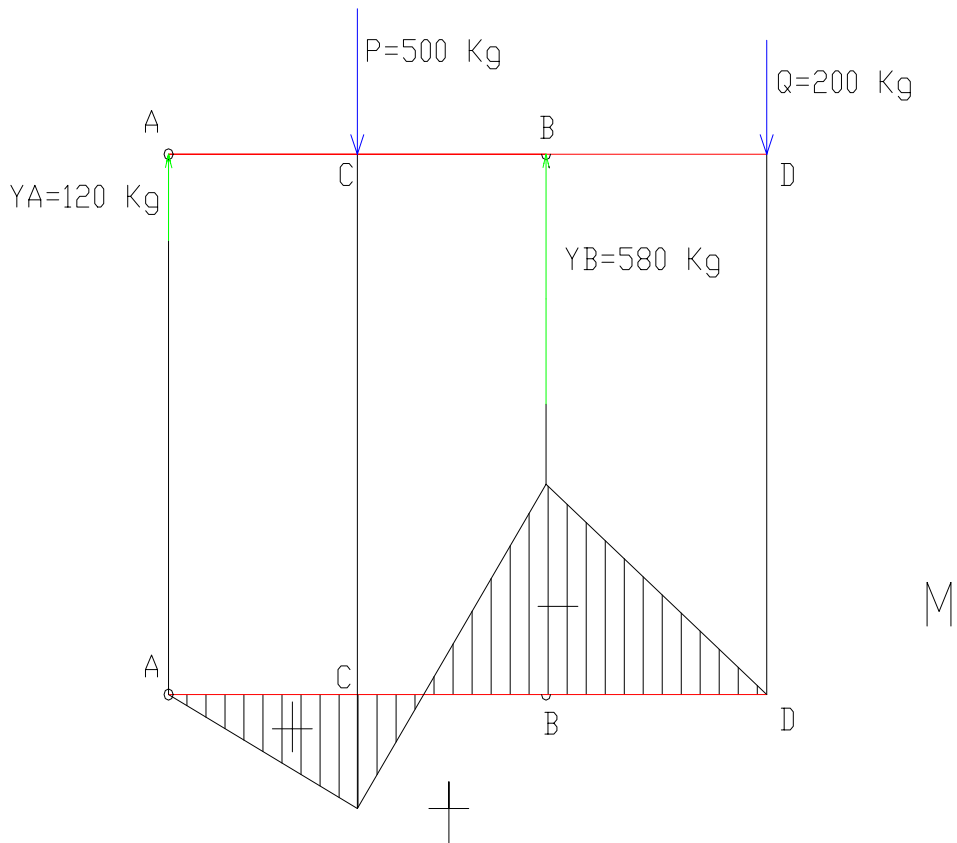
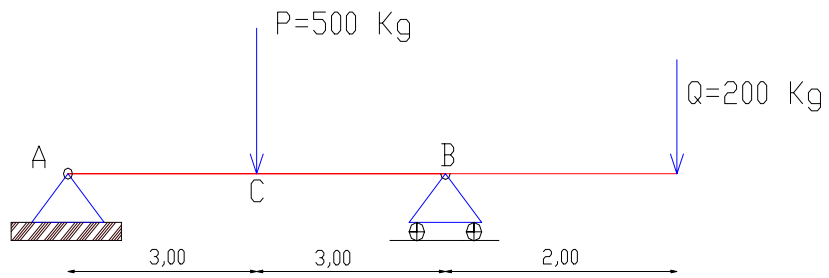
$$T_{Cd} = +120 \text{ Kg} - 500 \text{ Kg} = - 380 \text{ Kg}$$

$$T_{Bs} = +120 \text{ Kg} - 500 \text{ Kg} = -380 \text{ Kg}$$

$$T_{Bd} = +120 \text{ Kg} - 500 \text{ Kg} + 580 \text{ Kg} = + 200 \text{ Kg}$$

$$T_{Ds} = +120 \text{ Kg} - 500 \text{ Kg} + 580 \text{ Kg} = + 200 \text{ Kg}$$

ESEMPIO :Trave con sbalzo e con carichi concentrati



$M_A = 0$ (Dove c'è una cerniera il momento è sempre zero)

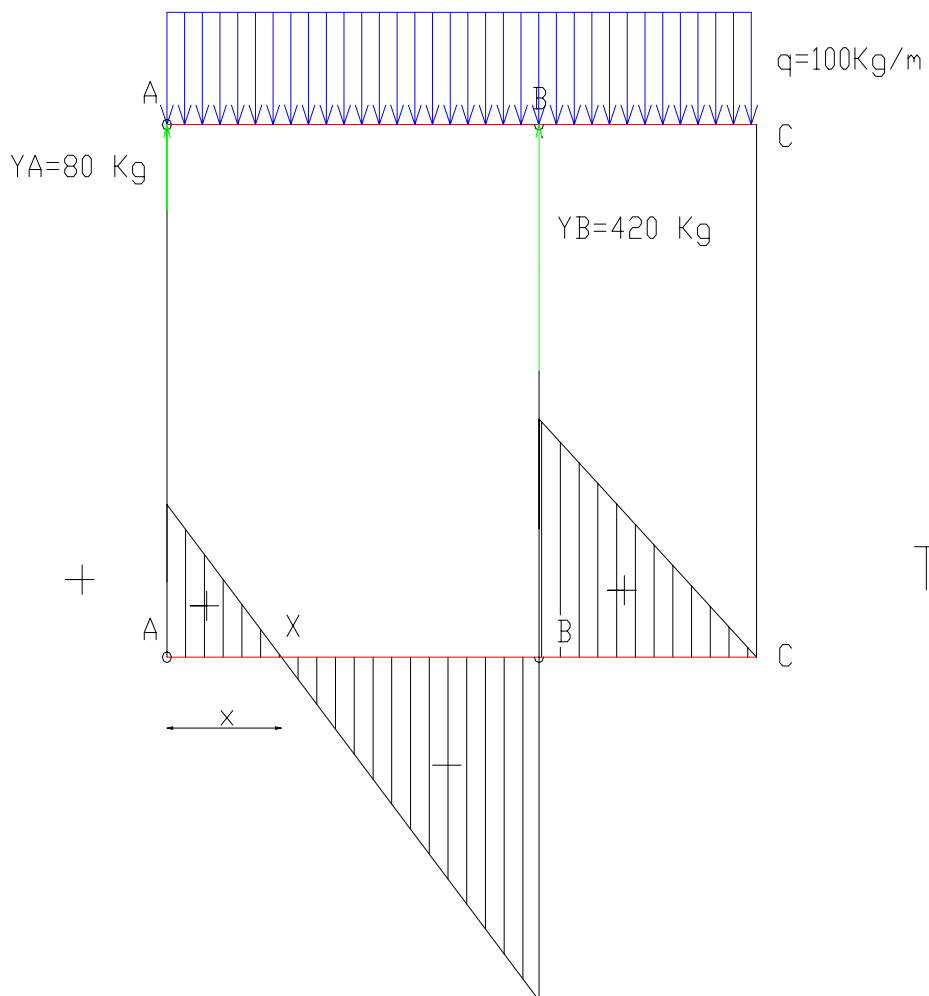
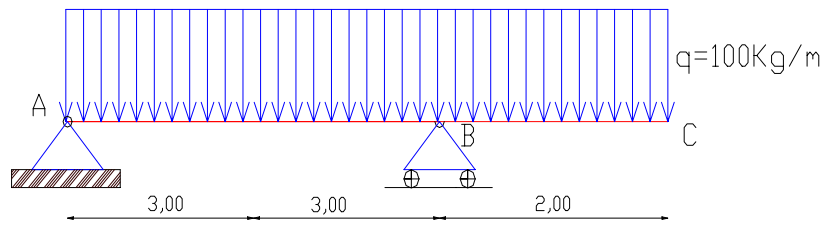
$$M_C = + 120 \text{ Kg} * 1,5 \text{ m} = 180 \text{ Kg·m}$$

$$M_B = + 120 \text{ Kg} * 3,00 \text{ m} - 500 \text{ Kg} * 1,5 \text{ m} = - 390 \text{ Kg·m}$$

$$M_D = +120 \text{ Kg} * 5 \text{ m} - 500 \text{ Kg} * 3,5 \text{ m} + 580 \text{ Kg} * 2 \text{ m} = 0$$

All'estremo libero di una mensola il momento è sempre zero

ESEMPIO :Trave con sbalzo e con carico uniformemente ripartito



$$T_A = + 80 \text{ Kg}$$

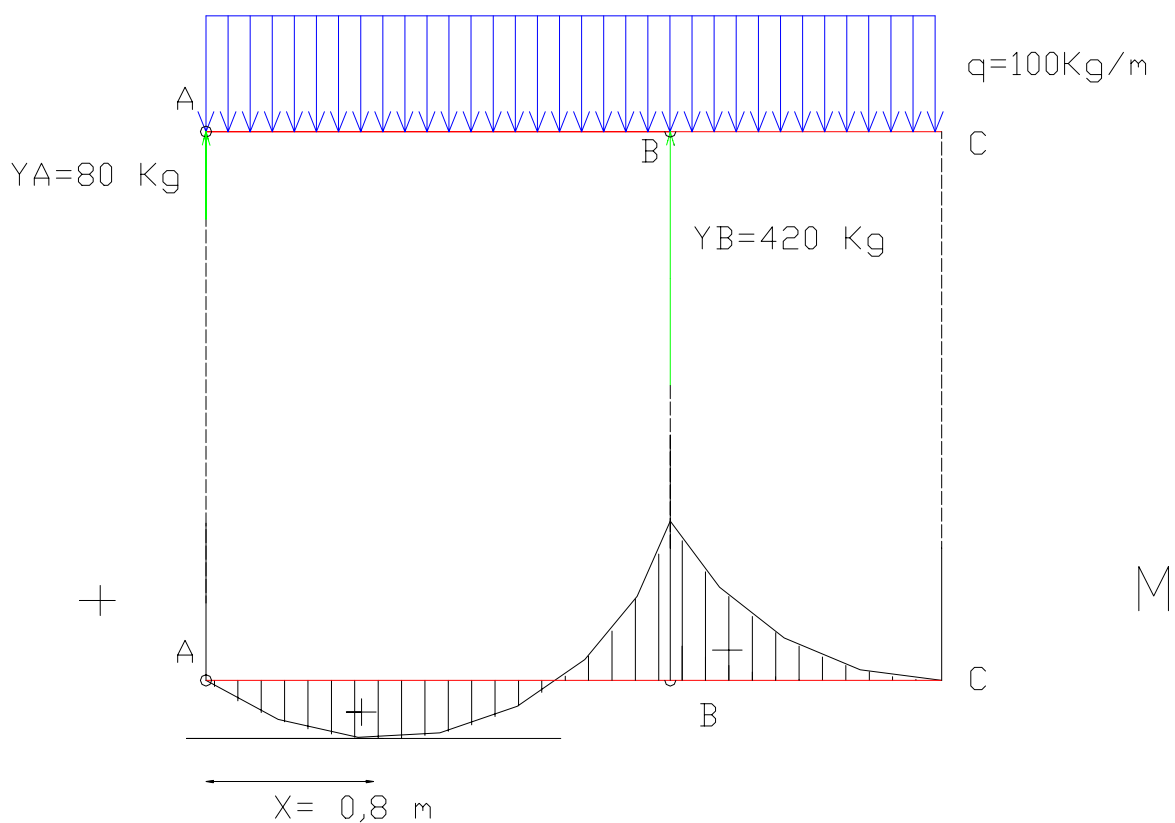
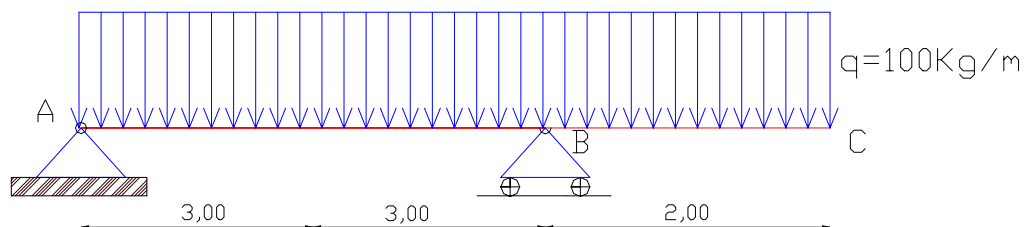
$$T_{Bs} = + 80 \text{ Kg} - (100\text{Kg/m} * 3\text{m}) = - 220 \text{ Kg}$$

$$T_{Bd} = + 80 \text{ Kg} - (100\text{Kg/m} * 3 \text{ m}) + 420 \text{ Kg} = + 200 \text{ Kg}$$

$$T_{Cs} = + 80 \text{ Kg} - (100 \text{ Kg/m} * 5 \text{ m}) + 420\text{Kg} = 0$$

$$T_x = + 80 \text{ Kg} - 100 \text{ Kg/m} * X \text{ m} = 0 ; X = 0,8 \text{ m}$$

ESEMPIO : Trave con sbalzo e con carico uniformemente ripartito



$$\begin{aligned}
 M_A &= 0 \\
 M_B &= + 80\text{ Kg} * 3 - 100\text{ Kg/m} * 3\text{ m} * 1.5\text{ m} = - 210\text{ Kg m} \\
 M_C &= +80\text{ Kg} * 5\text{ m} - 100\text{ Kg/m} * 5\text{ m} * 2.5\text{ m} + 420\text{ Kg} * 2 = 0
 \end{aligned}$$

$$M_x = +80\text{ Kg} * X - 100\text{ Kg/m} * X * X / 2 = +80\text{ Kg} * 0.8\text{ m} - 100\text{ Kg/m} * 0.80 * 0.80^2 / 2 = 32\text{ Kg m}$$

Dove il taglio è zero il momento fa la pancia
(la tangente è orizzontale)